

Schwerpunktfach: PAM (2026 – 2028)

Physik und Anwendungen der Mathematik

Teil: Mathematik

Komplexe Zahlen

$$x + 1 = 0 : \quad \mathbb{N} \rightsquigarrow \mathbb{Z} \quad ((-1) + 1 = 0)$$

$$x^2 = -1 : \quad \mathbb{R} \rightsquigarrow \mathbb{C} \quad (i^2 = -1)$$

Satz: In \mathbb{C} besitzt ein Polynom n -ten Grades stets genau n Nullstellen.

Stichworte: Normalform, Polarform, komplexe Wurzeln, quadratische, kubische und quartische Gleichungen

Matrizen

Z. B. lineare Gleichungssysteme:

$$\begin{cases} ax + by = s \\ cx + dy = t \end{cases} \Leftrightarrow A \cdot v = r,$$

$$\text{wobei } A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \quad v = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad r = \begin{pmatrix} s \\ t \end{pmatrix}$$

$$v = A^{-1} \cdot r$$

Stichworte: Vektor, Matrix, Determinante, Inverse, Elementarmatrix, Zerlegung von Matrizen, Eigenwerte, Eigen- und Hauptvektoren, Hauptvektorkette, orthogonale Matrizen, Dreh- und Spiegelungsmatrizen, (Quadrat-)Wurzel einer Matrix

Differentialgleichungen

Grundlage für viele Anwendungen, zum Beispiel in der Mechanik:

$$F = m \cdot \ddot{s}$$

Eine DGL ist eine Gleichung für Funktionen!

Beispiel: Gesucht ist eine Funktion $y : x \mapsto y(x)$ mit

$$y'(x) = \lambda \cdot y(x)$$

Stichworte: Richtungsfeld, Anfangswertproblem, Eindeutigkeit, Existenzintervall, homogene und inhomogene DGL, Trennung der Veränderlichen, DGL zweiter Ordnung, Variation der Konstanten, Superpositionsprinzip

Massenausgleich beim Hubkolbenmotor

Analyse eines Schubkurbelgetriebes bezüglich freier Kräfte und Momente der oszillierenden Massen und deren Ausgleich durch Gegengewichte an der Kurbelwelle sowie zusätzliche Ausgleichswellen.

Stichworte: Taylorapproximation, Massenkräfte und Massenmomente 1. und 2. Ordnung, Additionstheoreme, Ein-, Zwei-, Drei- und Vierzylinder-Motoren mit verschiedenen Zylinderanordnungen und Kurbelwellenlayouts, Lanchester-Ausgleich, Sinusoid

Differentialgeometrie

Eine Raumkurve entsteht durch Krümmen einer Geraden in der Ebene und anschließendes Verdrillen in jedem Kurvenpunkt.

Beispiel: Schraubenlinie

$$v : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3 : t \mapsto v(t) := \begin{pmatrix} r \cos(t) \\ r \sin(t) \\ \frac{h}{2\pi} \cdot t \end{pmatrix}$$

Stichworte: Ebene Kurven und Raumkurven, Selbstdurchdringungspunkte, Schnittwinkel, Schmiegekreis und Schmiegekugel, Krümmung, Torsion, Frenetsches Dreibein, Bogenlänge, Parametrisierung nach der Bogenlänge, verallgemeinerte Helix

Entstehung der Gezeiten

Allgemeine Erklärung und Berechnung des Tidenhubs auf einem Planeten, dessen Oberfläche aus einem einzigen Ozean besteht.

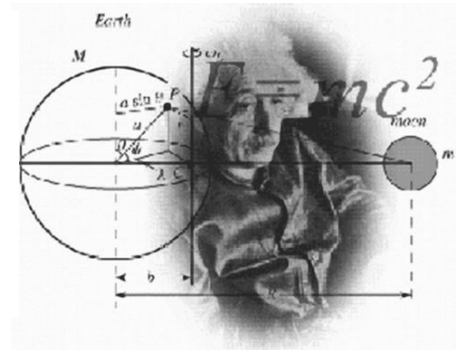
Eine kleine Einführung in die Vektor-Analyse.

Stichworte: Gravitationskraft, Potentialfunktion, Vektorfeld, Gradient, Newtonverfahren zur Berechnung der Lösungen von nichtlinearen Gleichungen

SPF Physik/Anwendungen der Mathematik

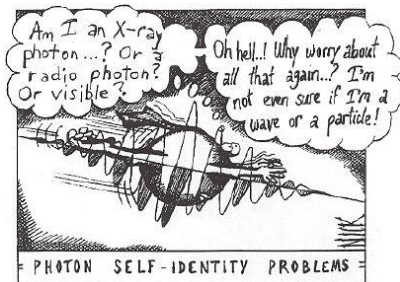
Für Schülerinnen und Schüler mit Neugierde und Interesse an dem, „was die Welt im Innersten zusammenhält“ (Faust). Für alle, die ein vertieftes Verständnis für unser heutiges Weltbild gewinnen wollen und Freude an systematischem und abstraktem Denken haben sowie gerne anspruchsvollere Probleme lösen.

- Grundlegende Prinzipien der Natur wie Erhaltungssätze verstehen und anwenden
- Umgang mit Modellen als Handwerkszeug des Physikers kennenlernen
- Vorgänge der Natur in der Sprache der Mathematik beschreiben
- Eigenes Entwickeln von (mathematischen) Modellen, um Folgerungen zu ziehen und Voraussagen zu treffen
- Verstehen, wie die Materie aufgebaut ist
- Einblicke in Forschungsgebiete der modernen Physik:
Spezielle Relativitätstheorie, Quantenphysik



Im Fach Physik:

In Ergänzung zum Grundlagenfach, das sich mehr auf die physikalischen Grundlagen der klassischen Physik konzentriert, werden im SPF einige dieser Themen vertieft sowie die moderne Physik des 20. Jahrhunderts betrachtet.



- Kreisbewegungen (Planeten-, Galaxienbewegung)
- Erhaltungssätze: Impuls- und Energieerhaltung
- Schwingungen und Wellen (Überschallknall, Regenbogen, Glasfaserkabel)
- Spezielle Relativitätstheorie (Was sind Raum und Zeit?)
- Einführung in die Quantenmechanik (Wie ist Materie aufgebaut?)
- Kernspaltung, Kernfusion, Radioaktivität (Atomkraftwerk, Atombombe, Sternenleben, Strahlentherapie bei Krebs)

Physikpraktikum:

Beim eigenen Experimentieren werden die Theorien aus Mathematik und Physik angewandt und verständlich. Nach Möglichkeit werden anspruchsvollere Experimente auch in Teamarbeit geplant, durchgeführt und ausgewertet.

Dr. Andres Bühlmann

Im Fach Mathematik:



Barnsley-Farn

- Komplexe Zahlen
- Fraktale; Folgen komplexer Zahlen
- Stochastik (Kombinatorik und Wahrscheinlichkeitsrechnung)
- Differentialgleichungen, Chaostheorie
- Matrizenrechnung
- Textverarbeitung mit LaTeX
- Differentialgeometrie von Kurven
- Anwendungen: Tidenhub, Massenausgleich beim Hubkolbenmotor, numerische Mathematik, u. a.

Mathematik und Physik gehören zu den Grundlagenfächern aller naturwissenschaftlichen Studienrichtungen (Informatik, Ingenieur-, Elektro- und Umweltwissenschaften, Architektur, Chemie, Biologie, Medizin, Pharmazie).

Dr. Stephan Fessler